МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
РІВНЕНСЬКИЙ ІНСТИТУТ ВІДКРИТОГО
МІЖНАРОДНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
РОЗВИТКУ ЛЮДИНИ «УКРАЇНА»

**Р.М.Літнарович**

# Дослідження точності апроксимації результатів психолого – педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло

**Частина 1**

**Побудова істинної моделі**


**Рівне,2008**

**Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого – педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло, Частина 1. Побудова істиної моделі,РІВМУРОЛ , Рівне, 2008,-45 с.**

**Рецензенти: В.Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор**
**Є.С. Парняков, доктор технічних наук, професор**
**В.О. Боровий, доктор технічних наук, професор**

**Відповідальний за випуск Й.В. Джунь, доктор фізико – математичних наук, професор**

За результатами психолого – педагогічного експерименту при дослідженні впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті, будується математична модель способом найменших квадратів у вигляді поліному третього порядку. Дана модель приймається як істинна модель. Генеруються випадкові числа, які приводяться у відповідність до досліджуваної точності. Дані випадкові числа розглядаються як істинні похибки, якими спотворюється істина модель. Будується спотворена модель, яка в подальшому потребує строгого зрівноваження за способом найменших квадратів. Проводиться оцінка точності елементів істинної моделі.

Застосування методу статистичних випробувань Монте Карло дало можливість провести широкомасштабні дослідження молодими науковцями, які взяли за основу істинну модель, побудовану в даній роботі.

Для студентів і аспірантів економіко-гуманітарних і педагогічних ВУЗів.

Зміст Стор.





## ПЕРЕДМОВА

За результатами психолого – педагогічного експерименту при дослідженні впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті будується математична модель у вигляді поліному третього порядку.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати психолого – педагогічного експерименту Хі – рівня ситуативної тривожності, - бали тесту самооцінки тривожності Спілбергера; Уі – характеристики пам'яті, - кількість правильних відповідей на запитання вікторини.

Проводиться строге зрівноваження методом майменших квадратів. Рішення нормальних рівнянь виконується по схемі Гаусса.

Створюється математична модель у вигляді поліному

$$y= ax^3+bx^2+cx+d$$

Отримавши коефіцієнти a,b,c,d, виконуються контрольні розрахунки параметрів У'і за відомими пареметрами Хі.

Проводиться оцінка точності елементів за результатами зрівноваження. Дається порівняльний аналіз .

Розраховуються середня квадратична похибка одиниці ваги і середні квадратичні похибки коефіцієнтів, отриманих із результатів зрівноваження.

Отримана математична модель приймається як істинна. Генеруються випадкові числа, які приводяться у відповідність до заданої точності досліджень і приймаються як істинні похибки, якими спотворюється істинна модель. Створена таким чином спотворена модель підлягає в подальшому строгому зрівноваженню.

Дана робота відкриває шлях для широкомасштабних досліджень точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло.

# 1. Представлення результатів експерименту. Вибір апроксимуючої функції

Представимо результати проведеного експерименту у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1. Результати впливу ситуативної триважності Хі на характеристики пам'яті Уі

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Хі | 1,6 | 2 | 2,1 | 2,3 | 2,5 | 2,8 | 2,9 | 3 | 3,1 | 3,3 |
| Уі | 18 | 14 | 13 | 12 | 11 | 9 | 8 | 7 | 6 | 3 |

За даними таблиці 1 побудуємо ймовірнішу математичну модель по способу найменших квадратів.

Для підбору апроксимуючої функції побудуємо точкову діаграму і графік

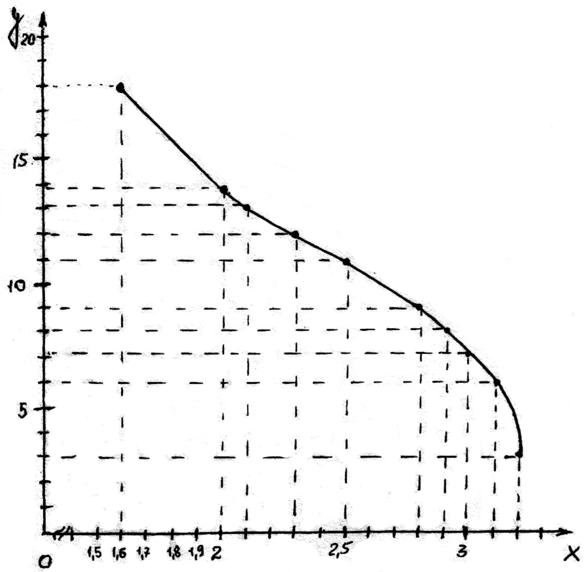


Рис.1.Точкова діаграма і графік



На Рис. 1 приведена точкова діаграма і графік експериментальних даних.

Як видно із графіка, математичну модель слід шукати у вигляді кубічного поліному виду.

$$y=ax^3+bx^2+cx+d \qquad (1.1)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно буде провести дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло. Для цього нам необхідно буде генерувати істинну похибку за допомогою генератора випадкових чисел.

# 2. Генерування істинних похибок для дослідження метематичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

Приведемо програму генерування випадкових чисел на мові BASIC

Програма №1

```
10  PRINT “Генератор випадкових чисел в діапазоні від – M
    до +M”
20  INPUT “Введіть С.К.П. вимірів і їх число”; M,N
30  DIM   Z (N)
40  X=-M; Y=+M; PRINT “M=”; M : PRINT “N=”; N
50  FOR I=1 то N
60  Z (I) = ((y-x) * RND (i) +x)
70  PRINT using  “Z” (##.) = ###.##; i; Z (i)
80  NEXT I
90  END
```

Таблиця 2. Істинні похибки при m = 1

| | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | +0,43 | +0,37 | -0,04 | +1,00 | +0,29 | -0,74 | -0,26 | +0,17 | -0,73 | +0,87 |
| 10 | -0,56 | -0,38 | -0,53 | +0,79 | +0,17 | -0,08 | -0,99 | +0,65 | -0,95 | -0,25 |
| 20 | +0,01 | +0,10 | +0,77 | -0,28 | +0,64 | +0,75 | -0,17 | +0,42 | -1,00 | +0,20 |
| 30 | -0,04 | +0,53 | -0,81 | +0,09 | +0,76 | +0,65 | -0,64 | -0,06 | -0,65 | -0,60 |

Для знаходження середніх квадратичних похибок з точністю 0,1 необхідно дані таблиці 2 помножити на 0,1, тобто перенести кому на один знак вліво.
При генеруванні похибок з точністю 0,05 необхідно дані таблиці 2 помножити на 0,05.

Заслуговує уваги генерування псевдовипадкових чисел, розприділених за нормальним законом

$$P(x)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E^{-\frac{x^2}{2}} \qquad (2,1)$$

Значення $\Delta_{2i} - 1$, $\Delta_{2i}$ генерується із $\zeta$ і (i=1,2,3,...)
За формулою

$$\Delta_{2i} - 1 = (-2\ln \zeta i)^{1/2} \cos (e^9 \zeta i), \qquad (2,2)$$

$$\Delta_{2i} = (-2\ln \zeta i)^{1/2} \sin (e^9 \zeta i), \qquad (2.3)$$

Значення $\zeta$ і виробляється за допомогою лінійного конгруентного методу

$$\zeta i+1=F(11\zeta i+\pi), \qquad (2,4)$$

де F(z) дробна частина від Z.

Приведемо програму генерування псевдовипадкових чисел по даній методиці на програмованому мікрокалькуляторі “Електороніка МК 61”.



Програма №2

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | Кπх4 | F π | πхd | πх4 | : | + | К{х} | х πd | 9 | $Fe^x$ |
| 10 | х | хπс | Fcos | πхd | $Fx^2$ | Fln | /-/ | F√ | хпb | Х |
| 20 | с/π | πхс | Fsin | πхb | х | с/π | БП | 00 | F | АВТ |

В регістрах 4 і d зберігаються проміжні результати для розрахунків слідуючих значень Δі, тому ці регістри не можна використовувати для других цілей.

Перемикач Р/Г встановлюеться в положення Р. Розрахунки проводяться в слідуючому порядку: 0,011 ХП4; 0,3 ХПd; В/О; С/П – 0,5816 С/П 1,1933...

Таблиця 3. Псевдовипадкові числа для дослідження спотвореної моделі

| | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | -0,58 | +1,19 | -0,61 | +0,23 | +0,20 | +1,19 | +0,89 | +0,64 | -0,75 |
| 10 | -1,09 | -1,59 | +0,11 | +0,09 | -0,91 | -1,61 | -1,67 | +0,30 | -0,69 |
| 20 | +0,35 | +0,30 | -1,53 | +0,93 | -0,23 | +0,19 | -0,12 | -0,54 | -0,19 |

Дані значення пропорційно зменшуються або збільшуються в залежності від точності, яку ми беремо за основу при побудові даної конкретної математичної моделі, попередньо визначивши середню квадратичну похибку для даного конкретного числа похибок.

Методика пропорційного розрахунку псевдовипадкових чисел буде приведена нижче.

## 3. Побудова спотвореної моделі

По шкалі Спілбергера незалежні змінні представляються з точністю 0,1. Прийнято, що точність спостережень дорівнює половині шкали.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,05, тобто половині шкали, з якою ми працюємо. Але поставимо перед собою ще і задачу дослідити математичні моделі з граничною точністю, яку приймемо вдвічі більшу за 0,05, тобто рівну 0,1. При цьому непарні моделі будуть генерувати середньоквадратичну похибку 0,1, а парні 0,05.

Сучасні калькулятори мають "вшиті" генератори для генерування випадкових чисел від 0 до 1. Але вони генерують числа тільки із знаком "плюс". Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ζ і, натиском клавіш К,Сr, розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ζ ср.

$$, \quad \xi cp = \frac{\sum_{\iota=1}^{\pi} \xi\iota}{\pi} \qquad (3,1)$$

де n-число випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істиних похибок Δі' за формулою



$$\Delta\iota = \xi\iota - \xi cp \qquad (3.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m\Delta = \sqrt{\frac{\sum \Delta_{\iota}^{2}}{n}} \qquad (3.3)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності К для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{C}{m_{\Delta}} \quad (3.4)$$

де С – необхідна нормована константа.

Так , наприклад, при $m_{\Delta}$=0,28 і необхідні побудови математичної моделі з точністю С=0,1, будемо мати.

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при С=0,05, отримаємо

$$K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178.$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta\iota = \Delta\iota \cdot K \qquad (3,5)$$

Заключним контролем служить розрахунок середьої квадратичної похибки

$m_\Delta$ генерованих істиних похибок Δ.

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{n}} \quad (3,6)$$

і порівняння

$$m_\Delta = C \quad (3,7)$$

Таблиця 4. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок.

| № п/п | $\xi\iota$ | $-\xi_{cp}$ | $\Delta_\iota$ | $\Delta_\iota^2$ | $\Delta_{\iota 0,1} = 0,35 + \Delta\iota$ | $\Delta^2_{\iota 0,1}$ | $\Delta\iota = 0,05 = 0,178\Delta\iota$ | $\Delta^2_{\iota 0,05}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,40 | -0,58 | -0,18 | 0,0324 | -0,06 | 0,0036 | -0,03 | 0,0009 |
| 2 | 0,87 | -0,58 | +0,29 | 0,0841 | +0,10 | 0,01 | +0,05 | 0,0025 |
| 3 | 0,50 | -0,58 | -0,08 | 0,0064 | -0,03 | 0,0009 | -0,01 | 0,0001 |
| 4 | 0,17 | -0,58 | -0,41 | 0,1681 | -0,14 | 0,0196 | -0,07 | 0,0049 |
| 5 | 0,40 | -0,58 | -0,18 | 0,0324 | -0,06 | 0,0036 | -0,03 | 0,0009 |
| 6 | 0,91 | -0,58 | +0,33 | 0,1089 | +0,12 | 0,0144 | +0,06 | 0,0036 |
| 7 | 0,73 | -0,58 | +0,15 | 0,0225 | +0,05 | 0,0025 | +0,03 | 0,0009 |
| 8 | 0,69 | -0,58 | +,11 | 0,0121 | +0,04 | 0,0016 | +0,02 | 0,0002 |
| 9 | 0,14 | -0,58 | -0,44 | 0,1936 | -0,16 | 0,0256 | -0,08 | 0,0064 |
| 10 | 0,95 | -0,58 | +0,37 | 0,1369 | +0,13 | 0,0169 | +0,06 | 0,0036 |
| $n=10$ | $\sum 5.76$ | -5,80 | -0,04 | 0,7974 | -0,01 | 0,0987 | 0 | 0,024 |



Середня квадратична похибка попередніх істиних похибок

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{0,7974}{10}} = 0,28$$

Середня квадратична похибка при генеруванні з точністю 0,1

$$m_{\Delta 0,1} = \sqrt{\frac{0,0987}{10}} = 0,099 \approx 0,1$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю 0,05

$$m_{\Delta 0,05} = \sqrt{\frac{0,024}{10}} = 0,049 \approx 0,05$$

Таблиця 5. Побудова спотвореної моделі при $\Delta$=0,1 і $\Delta$=0,05

| № п/п | Істина X | Модель У | Модель при $\Delta$=0,1 | | Модель при $\Delta$=0,05 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\Delta_i$ | X спот. | $\Delta_i$ | X спот. |
| 1 | 1,6 | 18,021 | -0,06 | 1,54 | -0,03 | 1,57 |
| 2 | 2 | 13,864 | +0,10 | 2,10 | +0,05 | 2,05 |
| 3 | 2,1 | 13,167 | -0,03 | 2,07 | -0,01 | 2,09 |
| 4 | 2,3 | 11,986 | -0,14 | 2,16 | -0,07 | 2,23 |
| 5 | 2,5 | 10,898 | -0,06 | 2,44 | -0,03 | 2,47 |
| 6 | 2,8 | 8,949 | +0,12 | 2,92 | +0,06 | 2,86 |
| 7 | 2,9 | 8,101 | +0,05 | 2,95 | +0,03 | 2,93 |
| 8 | 3 | 7,108 | +0,04 | 3,04 | +0,02 | 3,02 |
| 9 | 3,1 | 5,939 | -0,16 | 2,94 | -0,08 | 3,02 |
| 10 | 3,3 | 2,965 | +0,13 | 3,43 | +0,06 | 3,36 |
| n=10 | 25,6 | 100,998 | Σ-0,01 | 25,59 | 0 | 25,6 |

По цим даним спотворених моделей виконують строге зрівноваження методом найменших квадаратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

## 4. Представлення системи нормальних рівнянь

В результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів визначень параметрів Xi, Уi, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному



степені К, де коефіцієнти а і являються невідомими. Тоді система нормальних рівнянь

$na_0 + a_1[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_m[x^m] - [y] = 0,$

$a_0[x]+a_1[x^2]+a_2[x^3]+\ldots+a_m[x^{m+1}]-[xy]=0,$

(4,1)

$a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \ldots + a_m[x^{m+2}] - [x^2y] = 0,$

$a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \ldots + a_m[x^{2m}] - [x^{my}]= 0.$

Для поліпому третього порядку виду

$Y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

(4,2)

Система нормальних рівнянь буде:

$dn + c[x] + b[x^2] + a[x^3] - [y] = 0,$

$d[x] + c[x^2] + b[x^3] + a[x^4] - [xy] = 0,$

(4,3)

$d[x^2] + c[x^3] + b[x^4] + a[x^5] - [x^2y] = 0,$

$d[x^3] + c[x^4] + b[x^5] + a[x^6] - [x^3y] = 0.$

При проведенні досліджень нам буде необхідно представити систему (4.3) у вигляді

$a[x^6] + b[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y] = 0,$

$a[x^5] + b[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y] = 0,$

$$a\,[x^4] + b\,[x^3] + c\,[x^2] + d\,[x] - [xy] = 0 \quad ,(4.4)$$

$$a\,[x^3] + b\,[x^2] + c\,[x] + dn - [y] = 0.$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (4.3) і (4.4) одним із відомих в математиці способів.

В даній роботі ми будемо рішати систему нормальних рівнянь по схемі Гаусса послідовного виключення невідомих.

## 5. Визначення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Приведемо розрахункову таблицю на основі якої отримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 6. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

| № п/п | X | Y | $X_0$ | $X^2$ | $X^2\ X= X^3$ | S | $X^3\ X^3$ | $X^3\ X^2$ | $X^3\ X$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,6 | 18 | 1 | 2,56 | 4,096 | -8,7440 | 16,777216 | 10,48576 | 6,5536 |
| 2 | 2 | 14 | 1 | 4 | 8 | 1,0 | 64 | 32 | 16 |
| 3 | 2,1 | 13 | 1 | 4,41 | 9,261 | 3,771 | 85,766121 | 40,84101 | 19,4481 |
| 4 | 2,3 | 12 | 1 | 5,29 | 12,167 | 8,757 | 148,03588 | 64,36343 | 27,9841 |
| 5 | 2,5 | 11 | 1 | 6,25 | 15,625 | 14,375 | 244,14062 | 97,65625 | 39,0625 |
| 6 | 2,8 | 9 | 1 | 7,84 | 21,952 | 24,592 | 481,8903 | 172,10368 | 61,4656 |
| 7 | 2,9 | 8 | 1 | 8,41 | 24,389 | 28,699 | 594,82332 | 205,11149 | 70,7281 |
| 8 | 3 | 7 | 1 | 9 | 27 | 33 | 729 | 243 | 81 |
| 9 | 3,1 | 6 | 1 | 9,61 | 29,791 | 37,501 | 887,50368 | 286,29151 | 92,3521 |
| 10 | 3,3 | 3 | 1 | 10,89 | 25,937 | 48,127 | 391,35393 | 391,35393 | 118,5921 |
| n= 10 | 25,6 | 101 | 10 | 68,26 | 188,218 | 191,078 | 4543,4051 | 1543,207 | 533,1862 |



Продовження таблиці 6

| № п/п | $x^3y$ | $x^3s$ | $x^2y$ | $x^2s$ | xy | xs |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 73,728 | -35,815424 | 46,08 | -22,38464 | 28,8 | -13,9904 |
| 2 | 112 | 8 | 56 | 4 | 28 | 2 |
| 3 | 120,393 | 34,923231 | 57,33 | 16,63011 | 27,3 | 7,9191 |
| 4 | 146,004 | 106,54642 | 63,48 | 46,32453 | 27,6 | 20,1411 |
| 5 | 171,875 | 224,60937 | 68,48 | 89,84375 | 27,5 | 35,9375 |
| 6 | 197,568 | 539,84358 | 70,56 | 192,80128 | 25,2 | 68,8576 |
| 7 | 195,112 | 699,93991 | 67,28 | 241,35859 | 23,2 | 83,2271 |
| 8 | 189 | 891 | 63 | 297 | 21 | 99 |
| 9 | 178,746 | 1117,1923 | 57,66 | 360,38461 | 18,6 | 116,2531 |
| 10 | 107,811 | 1729,54 | 32,67 | 524,10330 | 9,9 | 158,8191 |
| Σ | 1492,237 | 5315,7794 | 582,81 | 1750,0613 | 237,1 | 578,1642 |

Коефіцієнти нормальних рівнянь зручно розраховувати за розробленою автором програмою на програмованому мікрокалькуляторі «Електроніка МК 61 або МК 52»

Програма №3

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | с/п | хпе | с/п | хпd | пхе | Fx^2 | хп2 | с/п | пхе | * |
| 10 | хп3 | с/п | Fx^2 | с/п | пх3 | пх2 | * | с/п | Пх3 | пхе |
| 20 | * | с/п | Пх3 | пхd | * | с/п | Пх2 | Fx^2 | с/п | пхе |
| 30 | Пх2 | * | с/п | пхd | Пх2 | * | с/п | пхе | пхd | * |
| 40 | с/п | 0 | БП | 00 | F | АВТ | | | | |

Натиснувши клавіші В/О , с/п , набирають значення Хі, натискують клавішу С/п і послідовно зчитують з дисплея через натиск клавіші с/п x^2,x^3,x^6,x^5,x^4, Yx^3,x^4,x^3,yx^2,yx.

Після через натиск клавіші с/п вводять нові параметри x,y… В регістрах пам'яті одного циклу зберігаються слідуючі дані: x в регістрі e , y в регістрі d , x^2 в регістрі 2, x^3 в регістрі 3.

Параметр S розраховується за формулою

$$S = X-Y+X^2+X^3+X^0 \qquad (5,1) \ .$$

Коли немає необхідності заповнювати таблицю 6, розроблена програма №4 розрахунку коефіцієнтів нормальних рівнянь.



Програма №4

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | с\п | Хп1 | с\п | Хп0 | Fx^2 | Хп2 | Fx^2 | Хп4 | Пх2 | * |
| 10 | пха | + | хпа | Пх2 | Пх0 | * | Хп3 | Пх2 | * | Пх9 |
| 20 | + | Хп9 | Пх0 | пхе | + | хпе | Пх2 | Пх7 | + | Хп7 |
| 30 | Пх3 | Пх8 | + | Хп8 | Пх1 | Пх2 | + | пхс | + | хпс |
| 40 | Пх1 | Пх3 | * | пхd | + | хпd | Пх1 | Пх6 | + | Хп6 |
| 50 | Пх4 | Пх5 | + | Хп5 | Пх0 | Пх1 | * | пхв | + | хпв |
| 60 | 0 | БП | 00 | пхе | с\п | Пх6 | с\п | Пх7 | с\п | Пх8 |
| 70 | с\п | Пх5 | с\п | Пх9 | с\п | пха | с\п | пхв | с\п | пхс |
| 80 | с\п | пхd | с\п | сх | Хп5 | Хп6 | Хп7 | Хп8 | Хп9 | хпа |
| 90 | хпв | хпс | хпd | хпе | БП | 00 | F | АВТ | | |

Після набору $y_i$ с\п , $x_i$ с\п йде розрахунок по програмі до індексації на дисплеї 0. Після, через натиск клавіші с\п послідовно вводяться значення yi , $x_{i...}$

Провівши всі розрахунки, натиском клавіші безумовного переходу БП 62 с\п переходять до зчитування послідовно даних [x],[y],[$x^2$ ],[$x^3$ ],[$x^4$ ], [$x^5$ ],[$x^6$ ],[xy],[$x^2$ y],[$x^3$ y].

При цьому символом квадратних дужок [ ] позначена сума відповідних елементів за Гауссом.

При збої в програмі або новому розрахунку необхідно обнулити суматори натиском клавіш БП 82 с\п.

Таблиця 7. Розподіл змінних

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | $X^2$ | $X^3$ | $X^4$ | [$x^4$] | [y] | [$x^2$] | [$x^3$] | [$x^5$] |

Продовження табл..7

| a | в | c | d | e |
|---|---|---|---|---|
| [$x^6$] | [xy] | [$x^2$y] | [$x^3$y] | [x ] |

В результаті проведених розрахунків нами отримана слідуюча система нормальних рівнянь

4543,4051a +1543,207в +533,1862c +188,218d -1492,237=0,
1543,207 a +533,1862в+188,218 c+ 68,26 d - 582.81 =0, (5.2)
533.1862a+188.218 в + 68,26c +25,6 d -237,1 =0,
188,218 a + 68,26 в + 25,6 c +10 d -101 =0.

Систему (5,2) представимо у вигляді
10 d +25,6 c +68.26 в +188.218 a - 101 =0,
25.6 d +68.26c +188.218 в +533.1862a - 237.1 =0, (5.3)
68.26d +188.218c+533.1862в +1543.207a - 582.81=0,
188.218d+533.1862c+1543.207в+4543.4051a - 1492.237=0.

Система нормальних рівнянь (5,2) відповідає системі (4,4), а система (5,3) – системі (4,3).

# 6.РІШЕННЯ НОРМАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПО СХЕМІ ГАУССА

Необхідно рішити систему нормальних рівнянь (5.3). Для цього заздалегідь підготовляють таблицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Таблиця 8.Коефіцієнти нормальних рівнянь

| | XO] | X] | X2] | $X^3$] | Y] | S] | контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [$X^0$ | 0,10 | 25.6 | 68.26 | 188.218 | -101 | 191.078 | 191.078 |
| [X | | 68.26 | 188.218 | $533.1862^2$ | -237.1 | 578.1642 | 578.1642 |
| [$X^2$ | | | 533.1862 | 1543.207 | 582.81 | 1750.0612 | 1750.0612 |
| [$X^3$ | | | | $4543.4051^3$ | -1492.237 | 5315.7793 | $5315.7793^3$ |
| Коеф | +86,01422 | -82,88677 | +32.516845 | -4.5523844 | | | |
| | d | c | b | a | | | |
| За програм | +86,59576 | -83,64489 | +32.835898 | -4.5958775 | | | |

Розрахунок контрольної суми коефіцієнтів і вільних членів (див.[S],[XS],[$X^2$S],[$X^3$S] табл.6).
10+ 25,6 +68,26 + 188,218 -101 = 191,078,



25,6+68,26 +188,218+533,1862 -237,1 = 578,1642,
68,26+188,218+533,1862+1543,207-582,81=1750,0612,
188,218+533,1862+1543,207+4543,4051-1492,237=5315,7793.

Таблиця 9, Рішення нормальних рівнянь по схемі Гаусса (перша схема Гаусса)

| № п/п | | $X^0$] d | X] c | $X^2$] b | $X^3$] a | y | s | контр. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | [$X^0$ | 10 | 25..6 | 68..26 | 188.218 | -101 | 191,078 | |
| 2 | | -1 | -2,56 | -6.826 | -18.8218 | +10,1 | -19,1078 | -19,1078 |
| 3 | [X | | 68..26 | 188.218 | $533.1862^2$ | -237.1 | 578.1642 | |
| 4 | | | -65..536 | -174.7456 | -481.83808 | +258.56 | -489.15968 | |
| 5 | Σ | | +2.724 | +13.4724 | +51.34812 | +21.46 | 89,00452 | 29,00452 |
| 6 | | | -1 | -4.9458149 | -18.850264 | -7,8781204 | -32..674199 | -32..674199 |
| 7 | [$X^2$ | | | 533.1862 | 1543..207 | -582..81 | 1750.,0612 | |
| 8 | | | | -465.94276 | -1284.7761 | +689.426 | -1304,2984 | |
| 9 | | | | -66..631996 | -253..95829 | -106.13719 | -440,19987 | |
| 10 | Σ | | [$X^2$ $X^2$*2]= | +0,61144 | +4,47261 | +0,47881 | +5,56293 | +5,5629 |
| 11 | | | | -1 | -7,3148317 | -0,7830807 | -9,0980204 | -9,098 |
| 12 | [$X^3$ | | | | $4543.4051^{-3}$ | -1492..237 | 5315,7793 | |
| 13 | | | | [$X^3$ $X^3$*2]2 | -3542,6015 | +1901.0018 | -3596,4319 | |
| 14 | | | | | -967.92561 | -404,52667 | -1677,7587 | |
| 15 | | | | | -32,716389 | -3,5024146 | -40,691897 | |
| 16 | Σ | | Pa= | $X^3$ $X^3$*3]= | +0,161611 | +0,7357154 | +0,896803 | +0,897 |
| 17 | | | | | -1 | -4,5523844 | -5,5491457 | |
| 18 | | +10,1 | -7,8781204 | -0,7830807 | -4,5523844 | | | |
| 19 | | +85,684068 | +85,813647 | +33,299926 | a | | | |
| 20 | | -221,95998 | -160,8223 | +32,516845 | | | | |
| 21 | | +212,19013 | -82,88677 | b | | | | |
| 22 | | +86,01422 | C | | | | | |
| 23 | | d | | | | | | |

$$[x^3x^{3\cdot}2]=4543.4051-3542.6015-967.92561=32.87799.$$

Коефіцієнт a=-4,5523844 виписується безпосередньо із схеми Гауса (див.17 строчку).

Коефіцієнт в буде

в=-0,7830807-7,3148317(-4,5523844)= +32,516845 ,

де коефіцієнти -0,7830807 і -7,3148317 вибираються із 11 строчки, а коефіцієнт -7,3148317 множиться на вже визначений коефіцієнт a.

Для визначення коефіцієнта c із шостої строчки вибираються коефіцієнти і множаться на вже визначені коефіцієнти в і a.

C= - 4,9458149в - 18,850264a - 7,8781204 = -4,9458149*32,516845-18,850264*(-4,5523844)-7,8781204 = -82,88677.

Для визначення коефіцієнта d із другої строчки вибираються коефіцієнти і множаться на відповідні коефіцієнти в, с, d

d = -2,56*с-6,826*в -18,8218*а +10,1 =-2,56*(-82,88677) - -6,826*32,516845 -18,8215*(-4,5523844) + 10,1 = +86,01422.

Визначені коефіцієнти а, в , с , d виписуються у відповідний стовпчик таблиці коефіцієнтів нормальних рівнянь і виконується заключний контроль по приведеним вище формулам

10*86,01422 = 25,6*(-82,88677) + 68,26*32,516845 +188,218*(-4,5523844) = 101,00002,

25,6*86,01422 + 68,26*(-82,88677) +188,218*32,516845 +533,1862(-4,5523844) =237,1001,

68,26*86,01422 + 188,218*(-82,88677) + 533,1862*32,516845 +1543,207*(-4,5523844) =582,8106,

188,218*86,01422 + 533,1862*(-82,88677)+ 1543,207*32,516845 +4543,4051*(-4,5523844)= 1492,237.

Таким чином , ми отримали формулу

$$У = - 4{,}5523844X^3 +32{,}516845X^2 - 82{,}88677X + 86{,}01422. \quad (6,1)$$

По даній схемі Гаусса можна визначити обернені ваги останнього а і передостаннього в визначаємих коефіцієнтів для розрахунку точності зрівноважених елементів.

З метою визначення обернених ваг коефіцієнтів d і с , адже ми виконуємо повне дослідження , нам потрібно переставити строчки системи нормальних рівнянь і члени в строчках так, щоб коефіцієнт d був на останньому місці, а коефіцієнт с – в передостанньому стовпчику перед стовпчиком вільних членів. Другими словами , нам потрібно по схемі Гауса рішити ще й систему (5,2).



Приведемо знову таблицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Таблиця 10. Коефіцієнти нормальних рівнянь для системи (5,2)

| | $X^3$] | $X^2$] | X] | $X^0$] | y] | s] | Контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [$X^3$ | 4543.4051 | 1543.207 | 533.1862 | 188.218 | -1492.23 | 5315,7793 | 1492,234 |
| [$X^2$ | | 533.1862 | 188.218 | 68.26 | -582.81 | 1750,0612 | 582,8102 |
| [X | | | 68.26 | 25.6 | -237.1 | 578,1642 | 237,0971 |
| [$X^0$ | | | | 10 | -101 | 191,078 | 100,99939 |
| Коефіц. | -4,8188207 | +34.482212 | -87.58513 | +89,641169 | | | |
| За прогр. | -4.9026188 | +35,091066 | -89,01645 | +90,7266 | | | |
| | a | b | c | D | | | |

Таблиця 11. Рішення нормальних рівнянь системи (5,2) (друга схема Гаусса)

| № | | $X^3$],a | $X^2$],b | x],c | $X^0$],d | y] | s | Контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | [$x^3$ | 4543.4051 | 1543..207 | 533.1862 | 188.218 | -1492.237 | 5315,7793 | |
| 2 | | -1 | -0,33965867 | -0,11735387 | -0,041426636 | +0,32844021 | -1,1699989 | -1,1699988 |
| 3 | [$x^2$ | | $533.1862^2$ | 188.218 | 68.26 | -582.81 | 1750.0612 | |
| 4 | | | -524.163652 | -181.1012 | $-63..929811^2$ | +506.85121 | -1805.5504 | |
| 5 | Σ | | 9,02268 | +7,1168 | $+4{,}330181^3$ | $-7595879^2$ | -55.4892 | $-55.4891^{-2}$ |
| 6 | | | -1 | -0.7887678 | 0.-479922 | +8.4186505 | +6.149967 | +6.149961 |
| 7 | [x | | | 68.26 | 25.6 | -237.1 | 578.1642 | |
| 8 | | | | -62.571426 | -22.088091 | +175.11978 | +623.82726 | |
| 9 | | | | $-5{,}6135027^2$ | -3,4155089 | +59.913852 | 43.768097 | |
| 10 | Σ | | [xx*]= | 0.0750713 | +0.0964010 | -2,066368 | -1,89496 | -1,89490 |
| 11 | | | | -1 | -1,2841258 | +27,525405 | +25,242136 | +25,241 |
| 12 | [$x^0$ | | | | 10 | -101 | 191.078 | |
| 13 | | | | [$x^0x^0$*2] | -7,7972385 | 61..818357 | -220.21485 | |
| 14 | | | | | -2,0781491 | +36.454568 | 26..630478 | |
| 15 | | | | | -0.1237910 | +2,6534766 | 2,4333672 | |
| 16 | Σ | | | Pa=[$x^0x^0$*3]= | $+0.0008210^6$ | -0.0735954 | -0.0730048 | -0.07277 |
| 17 | | | | | -1 | +89.641169 | +88.9271802 | +88.6 |
| 18 | | 0.32844021 | -8,4186505 | +27,525405 | +89.641169 | | | |
| 19 | | -3.7135289 | -43,020765 | -115.11054 | d | | | |
| 20 | | 10.278448 | 69,08433 | -87.58513 | | | | |
| 21 | | -11.71218 | 34,482212 | C | | | | |
| 22 | | -4.8188207 | B | | | | | |
| 23 | | a | | | | | | |

Останній контроль в даній схемі говорить , що похибка можлива у третій значущій цифрі. Це визвано діленням на число 0,000821. У заключних контролях розходження максимальне становить 3 одиниці в третьому знаці після коми, що говорить про цілком задовільний результат в цілому.

Невідомі коефіцієнти а, в, с, d розраховуються за слідуючими формулами, які приводяться в позначеннях Гаусса

$$d = -[x^0y\cdot 3]/[x^0x^{0}\cdot 3] \,, \qquad (6.2)$$

$$c = -[xy\cdot 2]/[xx\cdot 2] - d[xx^{0}\cdot 2]/[xx\cdot 2] \,, \qquad (6.3)$$

$$b = -[x^2y\cdot 1]/[x^2x^{2}\cdot 1] - d[x^2x^{0}\cdot 1]/[x^2x^{2}\cdot 1] - c[x^2x^{2}\cdot 1]/[x^2x^{2}\cdot 1], \qquad (6.4)$$

$$a = -[x^3y]/[x^3x^3] - d[x^3x^0]/[x^3x^3] - c[x^3x]/[x^3x^3] - d[x^3x^2]/[x^3x^3]. \qquad (6.5)$$

При цьому коефіцієнт d виписується безпосередньо із 17 строчки d= +89,641169.

Із одинадцятої строчки c= 27,525405-1,2841258d=-87,58513.
Із шостої строчки в=8,4186505+0,479992d-0,7887678c=34,482212
Із другої строчки a=0,32844021-0,041426636d-0,11735387c-
- 0,33965867в = -4,8188207.

Визначені коефіцієнти a, в , c , d виписуються у відповідний стовпчик таблиці коефіцієнтів нормальних рівнянь (див.табл.10).

Заключний контроль виконується по програмі 5.

Програма 5. Розрахунок параметрів заключного контролю

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | Cx | xпе | c/п | Xп0 | xпd | 0 | c/п | Kxп0 | Пx0 | 1 |
| 10 | - | Fx=0 | 06 | пxd | Xп0 | Кпx0 | c/п | * | пxе | + |
| 20 | xпе | Пx0 | 1 | - | Fx=0 | 15 | пxе | c/п | Cx | xпе |
| 30 | БП | 13 | F | ABT | | | | | | |

Після натиску клавіш в/о с/п вводиться число визначених коефіцієнтів, збільшених на одиницю n+1 і після через натиск клавіші с/п вводяться послідовно визначені коефіцієнти зліва на право a с/п , в с/п , c с/п , d с/п. Після автоматично на дисплеї з'являється визначений коефіцієнт, набирається відповідний коефіцієнт нормального рівняння і натискується клавіша с/п,



наприклад з'являється -4,8188207 , набирається 4543,4051 с/п… В кінці з'являється контрольне значення 1492.234.

Таким чином, в результаті рішення другої схеми Гаусса , ми отримали другу формулу кубічного полінома

$$У=- 4,8188207X^3 + 34,482212X^2 - 87,58513X+89,641169. \qquad (6,6)$$

Хоча у цих двох схемах Гаусса ми рішали одну і ту ж систему рівнянь з абсолютно однаковими коефіцієнтами, але поміняними строчками і членами в строчках , із сумісного рішення цих рівнянь ми отримали коефіцієнти,які дещо відрізняються між собою.
Але дані коефіцієнти повністю задовільняють ці рівняння і добре задовільняють заключні контролі.Це говорить про те, що ми абсолютно коректно виконали процедуру строгого зрівноваження,

Розходження в коефіцієнтах говорить про наявність в системі істинних залишкових похибок,і в першу чергу похибок заокруглень,які не в змозі повністю бути компенсованими процедурою строгого зрівноваження по способу найменших квадратів.Адже зрівноваження по способу найменших квадратів дає лише узгодження умовних рівнянь.Але при цьому ще залишаються істинні похибки,які із сумісного рішення систем рівнянь і дають такі розходження в коефіцієнтах.

В подальшому дані рівняння рішались на мікро ЕОМ по розробленій автором програмі

Програма 6.Рішення систем лінійних рівнянь при n≤4

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | XП4 | 1 | 4 | XП2 | ПXO | XП1 | С/П | ПX4 | : | KXП2 |
| 10 | FL1 | 06 | 1 | 4 | XП3 | ПXO | XП1 | FL1 | 23 | KПX3 |
| 20 | С/П | БП | 19 | Cx | KXП2 | FL1 | 24 | KXП2 | ПXO | ПX2 |
| 30 | + | XП1 | XП2 | ПX3 | --- | FX≠0 | 42 | С/П | ПП | 84 |
| 40 | БП | 28 | KПX0 | ПX0 | XП3 | С/П | KПX2 | --- | XП4 | С/П |
| 50 | KПX2 | ---- | ПX4 | : | KXП1 | FL3 | 49 | ПX1 | ПX0 | + |
| 60 | XП3 | 1 | 4 | XП1 | XП2 | KПX1 | 1-1 | ПП | 84 | ПX3 |
| 70 | + | XП3 | ПX1 | ---- | FX=0 | 65 | ПX0 | XП1 | KПX3 | KXП2 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 80 | FL1 | 78 | БП | 12 | ПХ0 | ↔ | В↑ | КПХ3 | Х | КПХ1 |
| 90 | + | КХП2 | FQ | FLO | 86 | FQ | ХП0 | В/0 | ПХС | С/П |
| 100 | ПХв | С/П | ПХа | С/П | F | АВТ | | | | |

Перед розрахунком по прграмі слід ввести число рівнянь в регістр 0,тобто n ХП0;після набирають перший коефіцієнт і натискають клавіші В/0, С/П і після набирають послідовно всі коефіцієнти  і вільні члени (знаки вільних членів з правої сторони рівності,тобто зі знаком “плюс”).В кінці розрахунку одержують ПХd-$К_1$;ПХС-$К_2$;ПХв-$К_3$;Пха-$К_4$.В новому розрахунку слід обнулити всі регістри пам’яті.
В результаті рішення системи нормальних рівнянь (5.3) отримали слідуючу формулу

$$У=-4,5958775Х^3+32,835898Х^2-83,64489Х+86,595760. \qquad (6.7)$$

При рішенні системи нормальних рівнянь (5.2)  по програмі 6 отримали слідуючу формулу

$$У=-4,5256424Х^3+32,318298Х^2-82,40888Х+85,642775. \qquad (6.8)$$

При цьому слід відмітити,що рішення нормальних рівнянь по програмі не дає можливості визначити обернені ваги зрівноважених елементів і робити аналіз, досліджувати саме рішення,прослідити виконання окремих елементів,створити в уяві цілосну картину поелементного воконання окремих етапів роботи.

## 7.Встановлення середньої квадратичної похибки одиниці ваги

Представимо математичну модель після виконання процедури строгого зрівноваження

$$У=-4,5958775Х^3+32,835898Х^2-83,64489Х+86,59576 . \qquad 7.1)$$



За формулою 7.1 обчислимо функціональні ознаки $у^1$ за результатами строгого зрівноваження

$$У'_1=ах^3{}_1+вх^2{}_1+сх^1+d,$$

$$У'_2=ах^3{}_2+вх^2{}_2+сх_2+d,$$

$$У'_3=ах^3{}_3+вх^2{}_3+сх_3+d,$$

$$У'_4=ах^3{}_4+вх^2{}_4+сх_4+d,$$

$$У'_5=ах^3{}_5+вх^2{}_5+сх_5+d, \qquad (7,2)$$

$$У'_6=ах^3{}_6+вх^2{}_6+сх_6+d,$$

$$У'_7=ах^3{}_7+вх^2{}_7+сх_7+d,$$

$$У'_8=ах^3{}_8+вх^2{}_8+сх_8+d,$$

$$У'_9=ах^3{}_9+вх^2{}_9+сх_9+d,$$

$$У'_{10}=ах^3{}_{10}+вх^2{}_{10}сх_{10}+d,$$

І в нашому випадку

$У'_1=-4,5958775*1,6^3+32,835898*1,6^2-83,64489*1,6+86,595,76=17,999$

$У'_2=-4,5958775*2^3+32,835898*2^2-83,64489*2+86,59576=13,882$

$У'_{10}=-4,5958775*3,3^3+32,835898*3,3^2-83,64489*3,3+86,59576=2,988.$

Для розрахунку за формулами (7.1),(7.1) використовують програму 7.

.

Програма 7. Розрахунок функціональних ознак Уі за факторними Хі.

| Fпрг | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | С/П | ХП3 | С/П | ХП2 | С/П | ХП1 | С/П | ХП0 | С/П | ХП4 |
| 10 | ПХ4 | $FX^2$ | ПХ4 | Х | ПХ3 | Х | ПХ2 | ПХ4 | $FX^2$ | Х |
| 20 | + | ПХ1 | ПХ4 | Х | + | ПХ0 | + | С/П | БП | 08 |
| 30 | F | АВТ | | | | | | | | |

Після натиску клавіш Fпрг переходять в режим набору програми.Послідовно набираючи оператори по строчкам,в кінці натискають клавіши F АВТ і переходять в режим автоматичного розрахунку. Натискаючи клавіші В/О, С/П переходять на перший оператор виконяння програми.Послідовно набирають вже відомі коефіцієнти a,в,c,d із рішення системи нормальних рівнянь.Після цього набирають тільки Хі.,С/П і отримують значення Уі.

Розраховуються поправки за результатами строгого зрівноваження за формулою (7.3)

$$Vi=Yi-Y'i. \qquad (7,3)$$

Таблиця 12.Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження.

| №п/п | Х | У | У' | Vi=Yi-Y'i | $V^2$ | Істинна модель ф.(9.1)У | Vi=Yi-Y'i |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,6 | 18 | 17,999 | +0,001 | $1*10^{-6}$ | 18,021 | -0,022 |
| 2 | 2 | 14 | 13,882 | +0,118 | $1,3924*10^{-2}$ | 13,864 | +0,018 |
| 3 | 2,1 | 13 | 13,185 | -0,185 | $3,4225*10^{-2}$ | 13,167 | +0,018 |
| 4 | 2,3 | 12 | 11,996 | +0,004 | $1,6*10^{-5}$ | 11,986 | +0,01 |
| 5 | 2,5 | 11 | 10,897 | +0,103 | $1,069*10^{-2}$ | 10,898 | -0,001 |
| 6 | 2,8 | 9 | 8,935 | +0,065 | $4,225*10^{-3}$ | 8,949 | -0,014 |
| 7 | 2,9 | 8 | 8,087 | -0,087 | $7,569*10^{-3}$ | 8,101 | -0,014 |
| 8 | 3 | 7 | 7,095 | -0,095 | $9,025*10^{-3}$ | 7,108 | -0,013 |
| 9 | 3,1 | 6 | 5,934 | +0,066 | $4,356*10^{-3}$ | 5,939 | -0,005 |
| 10 | 3,325,6 | 3 | 2,988 | +0,012 | $1,44*10^{-4}$ | 2,265 | +0,023 |
| $\sum$ | | 101 | 100,998 | +0,002 | $8,4094*10^{-2}$ | 100,998 | 0 |



Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за результатами строгого зрівноваження по способу найменших квадратів за формулою

$$M=\sqrt{\frac{[V^2]}{n-k}}. \qquad (7.4)$$

І в нашому випадку при n=10,k=3, отримаємо

$$M=\sqrt{\frac{8,4094\cdot10^{-2}}{7}}=0,11$$

Таким чином,за результатами строгого зрівноваження по способу найменших квадратів,нами отримана формула для визначення характеристик пам'яті по рівню сутиативної тривожності,яка забеспечуе точность 0,11 балів по шкалі Спілбергера.

При цьому слід замітити,що дуже важливу роль відіграе чистота експерименту і об'єктивність та точність оцінюємих параметрів.

# 8.Оцінка точності результатів зрівноваження

Із теорії способу найменших квадратів відомо,що вага останнього невідомого дорівнює коефіцієнту при цьому невідомому,тобто вага останнього невідомого виписується безпосередньо із схеми Гаусса

$$P_{о.н.}=[X^0X^0*3]. \qquad (8,1)$$

Згідно формули (8.1) з першої схеми рішення нормальних рівнянь виписуємо $P_a$=0,161611, а з другої $P_d$=0,0008210.
Розрахуємо середні квадратичні похибки визначення коефіцієнтів а і в за формулою

$$m = M\sqrt{\frac{1}{P}},$$

(8,2)
Тоді, середня квадратична похибка визначення коефіцєнта d за результатами строгого зрівноваження по способу найменших квадратів

$$md = 0{,}11\sqrt{\frac{1}{0{,}000821}} = 3{,}84.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта а буде

$$m_a = 0{,}11\sqrt{\frac{1}{0{,}161611}} = 0{,}27.$$

Згідно теорії способу найменших квадратів обернена вага передостаннього невідомого розраховується за формулою

$$\frac{Pc}{[XX\cdot 2]} = \frac{Pd}{[X^0X^0\cdot 2]}$$

(8,3)
де

$$[X^0X^0\cdot 2] = [X^0X^0] - \frac{[X^3X^0][X^3X^0]}{[X^3X^3]} - \frac{[X^2X^0\cdot 1][X^2X^0\cdot 1]}{[X^2X^2\cdot 1]}.$$

(8,4)

І в нашому випадку з другої схеми Гаусса
[$X^0X^0$*2]=10-7,797-2,078=0,125,



[XX*2]=0,0750713, $\quad Pc = 0{,}000821\dfrac{0{,}07507}{0{,}125} = 4{,}93\cdot 10^{-4}$.

По аналогії із першої схеми Гауса

$$\frac{Pb}{[X^3X^3\cdot 2]} = \frac{Pa}{[X^3X^3\cdot 2]} \qquad (8.5)$$

$$[X^3X^3\cdot 2] = [X^3X^3] - \frac{[X^0X^3][X^0X^3]}{[X^0X^0]} - \frac{[X^2X^3\cdot 2][X^2X^3\cdot 2]}{[X^2X^2\cdot 2]}$$

(8.6)

Або [$X^3X^3$*2]=4543,405-3542,601,-367,925=32,878 (див.строчки12,13,14).

$$Pb = Pa\frac{[X^2X^2\cdot 2]}{[X^3X^3\cdot 2]} = 0{,}1616\frac{0{,}6114}{32{,}878} = 0{,}00300$$

Тоді середні квадратичні похибки будуть

$$m_c = 0{,}11\sqrt{\frac{1}{4{,}93\cdot 10^{-4}}} = 4{,}95$$

$$m_b = 0{,}11\sqrt{\frac{1}{0{,}003}} = 2{,}01$$

Середня квадратична похибка самої середньої квадратичної похибки розраховується за формулою

(8.7)
$$m_{m_0} = m_0\left(1+\frac{1}{\sqrt{2(h-1)}}\right)$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки одиниці ваги.

$$m_m = 0,11\left(1+\frac{1}{\sqrt{2(10-1)}}\right) = 0,14$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначається коефіцієнтом **a**

$$m_{m_a} = 0,27(1+0,24) = 0,33$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта **b**

$$m_{m_b} = 2,01(1+0,24) = 2,49$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта **c**

$$m_{m_c} = 4,95(1+0,24) = 6,14$$

Середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта **d**

$$m_{m_d} = 3,84(1+0,24) = 4,76$$



## 9. Порівняльний аналіз результатів

Приведемо результати зрівноваження при рішенні нормальних рівнянь по різним методикам.

Таблиця 13. Зведена таблиця результатів зрівноваження.

| № п/п | a | b | c | d | Формули |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -4,5523844 | +32,516845 | -82,88677 | +86,01422 | (6.1) |
| 2 | -4,5958775 | +32,835898 | -83,64489 | +86,59576 | (6.7) |
| 3 | -4,818820 | +34,482212 | -87,58513 | +89,641169 | (6.6) |
| 4 | -4,5256424 | +32,318298 | -82,40888 | +85,642775 | (6.8) |
| Δ мах | 0,293 | 2,164 | 5,176 | 3,998 | |
| $m;m_m$ | 0,27; 0,33 | 2,01; 2,49 | 4,95; 6,14 | 3,84; 4,76 | |
| Середне | -4,7174253 | +33,731505 | -85,78331 | +88,244437 | |

За формулою (6.1) розраховуються коефіцієнти з рішення першої схеми Гаусса, за формолою (6.7) - з рішення цієї ж системи нормальних рівнянь на мікроЕОМ.

За формулою (6.6) розраховуються значення у з рішення другої схеми Гаусса, за формулою (6.8) – з рішення цієї ж системами мікро ЕОМ. Символом Δ мах в таблиці 13 позначенні максимальні розходження коефіцієнтів, символом $m_m$ – ссередня квадратична похибка коефіцієнтів, отриманих із результатів зрівноваження. Як бачимо, ці результати приблизно співпадають.

При рішенні однієї і тієї ж системи нормальних рівнянь, але різними методиками, порівняння коефіцієнтів із (6.1) і (7.1) дає Δa = 0,05; Δb=0,32; Δc=0,75; Δd=0,59, а із (6.6) і (6.8) Δa = 0,29; Δb=2,16; Δc=5.18; Δd=4,00.

Це говорить про те, що дуже важливо при рішенні нормальних рівнянь в якому порядку ми будемо рішати систему нормальних рівнянь. Як показали наші дослідження, перевагу при рішенні нормальних рівнянь слід надавати розміщенні рівнянь і порядку коефіцієнтів, що відповідає першій схемі Гаусса, адже розходження в коефіцієнтах першої схеми Гаусса менші розходжень коефіцієнтів в другій схемі Гаусса. Тобто, матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь в другому випадку гірше обумовлена, ніж в першому. Краще рівнння з великими значеннями коефіцієнтів ставити в останні стовпчики схеми Гаусса.

В подальшому автором була розроблена програма повного дослідження на персональному комп'ютері в системі Microsoft Office 2003 з утриманням 17 значущих цифр після коми. При цьому результати рішення по першій і другій схемам Гаусса були абсолютно аутентичними.

Враховуючи значення середніх квадратичних похибок коефіцієнтів кубічного поліному, візьмемо середнє арифметичне із значень, отриманих в таблиці 13 і представимо функціональну залежність впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті у вигляді слідуючої формули

$$y'=-4{,}7174252x^3+33{,}731505x^2-5{,}78331x+88{,}244437 \quad (9.1)$$

Для практичного використання (не для теоретичних досліджень) рекомендується формула

$$y'=-4{,}717x^3+33{,}73x^2-85{,}78x+88{,}24 \quad (9.2)$$

Формула (9.1) приймалась як істинна модель при дослідженні точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних досліджень Монте Карло.

Таблиця 14. Результати заключного контролю за формулами (9.1) і (9.2)



| № п/п | Заф. (9.1) | Дійсне значення | Δ | Заф. (9.2) | Дійсне значення | Δ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100,99987 | 101 | -0,00013 | 101,0175 | 101 | +0,0175 |
| 2 | 237,0993 | 237,1 | -0,007 | 237,155 | 237,1 | +0,055 |
| 3 | 582,8123 | 582,81 | +0,0023 | 582,9864 | 582,81 | +0,1764 |
| 4 | 1492,234 | 1492,237 | -0,003 | 1492,774 | 1492,237 | +0,537 |

Формула (9.2) забезпечує точність обчислень у до чотирьох значущих цифр, що цілком достатньо для практичного використання.

# 10. Розробка методики зрівноваження результатів психолого – педагогічного експерименту при зменшенні факторних і функціональних ознак

## 10.1 Постановка проблеми досліджень

При оперуванні великими числами Х і У коефіцієнти нормальних рівнянь набувають великих значень і незручно користуватися ними при рішенні нормальних рівнянь. Крім цього, на результати великий вплив мають похибки заокруглень і сама обумовленість матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь. Тому, актуальною проблемою є дослідження методики визначення коефіцієнтів a,b,c,d, кубічного поліному при зменшенні вихідних параметрів Х і У в n разів.

## 10.2 Формулювання теорем переходу

Теорема 1. Якщо в початкових умовних рівняннях зменшити значення вихідних параматрів Х І У в К разів (наприклад К=10), то отриманий коефіцієнт а при $x^3$ із рішення нормальних рівнянь необхідно зменшити в $К^2$ разів (тобто

$$К^2=10^2=100).\ a_{1:1}=a_{1:к}/К^2 \quad (10.1)$$

Теорема 2. При даних умовах отриманий коефіцієнт b при $X^2$ необхідно зменшити в К разів (тобто К=10)

$$a_{1:1} = a_{1:k} : k = \frac{a_{1k}}{k}$$

(10.2)

Теорема 3. При даних умовах, отриманий коефіцієнт С при Х залишається без змін, тобто

$$C_{1:1} = C_{1:к} \qquad (10.3)$$

Теорема 4. при даних умовах, отриманий коефіцієнт d залишається без змін, тобто

$$d_{1:1} = d_{1:к} \qquad (10.4)$$

Теорема 5. При даних умовах вагу Ра необхідно збільшити у $(К^2)^3$ разів, тобто

$$Pa_{1:1} = Pa_{1:к} * (К^2)^3 \qquad (10.5)$$

Теорема 6. При даних умовах вагу Pd коефіцієнта d необхідно збільшити у $К^2$ разів, тобто

$$Pd_{1:1} = Pd_{1:к} * К^2 \qquad (10.6)$$

Теорема 7. при даних умовах коефіцієнт [XX*2] для визначення ваги Pb необхідно збільшити у $(К^2)$ разів, тобто

$$[XX*2]_{1:1} = [XX*2]_{1:к} (К^2) \qquad (10.7)$$

Теорема 8. При даних умовах коефіцієнт$[X^0X^0*2]$ для визначення ваги Pb слід збільшити у $(К^2)$ разів, тобто

$$[X^0X^0*2]_{1:1} = [X^0X^0*2]_{1:к} * К^2 \qquad (10.8)$$



Теорема 9. При даних умовах коефіцієнт $[X^2X^2*2]$ для визначення ваги Рс необхідно збільшити у $(К^2)^2$ раз, тобто

$$[X^2X^2*2]_{1:1} = [X^2X^2*2]_{1:к} (К^2)^2 \qquad (10.9)$$

Теорема 10. При даних умовах коефіцієнт $[X^3X^3*2]$ для визначення ваги Рс необхідно збільшити у $(К^2)^3$ разів, тобто

$$[X^3X^3*2]_{1:1} = [X^3X^3*2]_{1:к} (К^2)^3 \qquad (10.10)$$

## 10.3 Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Для доказу сформульованих теорем знайдемо коефіцієнти нормальних рівнянь при К=10, тобто значення Х і У зменшимо в 10 разів.

Таблиця 15. Обчислювальна таблиця при зменшених параметрах Х і У в 10 разів.

| № п/п | X | У | $X^0$ | $X^2$ | $X^3$ | $S=X+X^0++X^2+X^3-Y$ | $X^3X^3$ | $X^3X^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,16 | 1,8 | 0,1 | $2{,}56*10^2$ | $4{,}069*10^{-3}$ | -1,510304 | $1{,}6777216*10^{-5}$ | $1{,}048576*10^{-4}$ |
| 2 | 0,2 | 1,4 | 0,1 | 0,04 | 0,008 | -1,052 | $6{,}4*10^{-5}$ | $3{,}2*10^{-4}$ |
| 3 | 0,21 | 1,3 | 0,1 | 0,0441 | 0,009261 | -0,936639 | $8{,}5766121*10^{-5}$ | $4{,}084101*10^{-4}$ |
| 4 | 0,23 | 1,2 | 0,1 | 0,0529 | 0,012167 | -0,804933 | $1{,}4803588*10^{-4}$ | $6{,}436343*10^{-4}$ |
| 5 | 0,25 | 1,1 | 0,1 | 0,0625 | 0,015625 | -0,671875 | $2{,}4414062*10^{-4}$ | $9{,}765625*10^{-4}$ |
| 6 | 0,28 | 0,9 | 0,1 | 0,0784 | 0,021952 | -0,419648 | $4{,}818903*10^{-4}$ | $1{,}72110368*10^{-3}$ |
| 7 | 0,29 | 0,8 | 0,1 | 0,0841 | 0,024389 | -0,301511 | $5{,}9482332*10^{-4}$ | $2{,}0511149*10^{-3}$ |
| 8 | 0,3 | 0,7 | 0,1 | 0,09 | 0,027 | -0,183 | $7{,}29*10^{-4}$ | $2{,}43*10^{-3}$ |
| 9 | 0,31 | 0,6 | 0,1 | 0,0961 | 0,029791 | -0,064109 | $8{,}8750368*10^{-4}$ | $2{,}8629151:10^{-3}$ |
| 10 | 0,33 | 0,3 | 0,1 | 0,1089 | 0,035937 | +0,274837 | $1{,}291468*10^{-3}$ | $3{,}9135393*10^{-3}$ |
| n=10 | Σ 2,56 | 10,1 | 1,0 | 0,6826 | 0,188218 | $3{,}331862*10^{-2}$ | $1{,}543207*10^{-2}$ | $4{,}5434051*10^{-3}$ |

Продовження таблиці 15

| № п/п | $X^3$ X | $X^3$ У | $X^3$ S | $X^2$ У | $X^2$ S | XУ | XS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $6,5536*10^{-4}$ | $7,3728*10^{-3}$ | $-6,1862051*10^{-3}$ | $4,608*10^{-2}$ | $3,8663782*10^{-2}$ | 0,288 | $-2,4164864*10^{-1}$ |
| 2 | $1,6*10^{-3}$ | $1,12*10^{-2}$ | -0,008416 | 0,056 | -0,04208 | 0,28 | -0,2104 |
| 3 | $1,94481*10^{-3}$ | 0,0120393 | $-8,6742138*10^{-3}$ | 0,05733 | -0,04130578 | 0,273 | -0,19669419 |
| 4 | $2,79841*10^{-3}$ | 0,0146004 | $-9,7936198*10^{-3}$ | 0,06348 | $-4,2580956*10^{-2}$ | 0,276 | $-1,8513459*10^{-1}$ |
| 5 | $3,90625*10^{-3}$ | 0,0171875 | $-1,0498047*10^{-2}$ | 0,06875 | $-4,1992188*10^{-2}$ | 0,275 | $-1,6796875*10^{-1}$ |
| 6 | $6,14656*10^{-3}$ | 0,0197568 | $-9,2121128*10^{-3}$ | 0,07056 | $-3,2900403*10^{-2}$ | 0,252 | $-1,1750144*10^{-1}$ |
| 7 | $7,07281*10^{-3}$ | 0,0195112 | $-7,3535517*10^{-3}$ | 0,06728 | $-2,5357075*10^{-2}$ | 0,232 | $-8,743819*10^{-2}$ |
| 8 | $8,1*10^{-3}$ | $1,89*10^{-2}$ | $-4,941*10^{-3}$ | $6,3*10^{-2}$ | -0,01647 | 0,21 | -0,0549 |
| 9 | $9,23521:10^{-3}$ | $1,78746*10^{-2}$ | $-1,9098712*10^{-3}$ | $5,766*10^{-2}$ | $-6,1608749*10^{-3}$ | 0,186 | $-1,987379*10^{-2}$ |
| 10 | $1,185921*10^{-3}$ | $1,07811*10^{-2}$ | $9,8768172*10^{-3}$ | $3,267*10^{-2}$ | $2,9929749*10^{-2}$ | 0, 99 | $9,069621*10^{-2}$ |
| n=10 | $5,331862*10^{-2}$ | 0,1492237 | $-5,7107805*10^{-2}$ | $5,8281*10^{-1}$ | -0,2575813 | 2,371 | -1,1908634 |

## 10.4 Рішення нормальних рівнянь (перша схема Гаусса)

Зведемо обчислені в таблиці 15 коефіцієнти у трикутну матрицю для рішення нормальних рівнянь.

Таблиця 16. Коефіцієнти нормальних рівнянь для першої схеми Гауса

| | $X^0$] | X] | $X^2$] | $X^3$] | Y] | S] | контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [$X^0$ | 0,10 | 0,256 | 0,06826 | 0,0188218 | -1,01 | -0,5669182 | -0,5669182 |
| [X | | 0,6826 | 0,188218 | $5,331862*10^{-2}$ | -2,371 | -1,1908634 | -1,1908634 |
| [$X^2$ | | | $5,331862*10^{-2}$ | $1,543207*10^{-2}$ | -0,58281 | -0,2575813 | -0,2575813 |
| [$X^3$ | | | | $4,5434051*10^{-3}$ | -0,1492237 | $-5,7107805*10^{-2}$ | $-5,71078*10^{-3}$ |
| Коеф | +86,579064 | -83,62313 | +328,26739 | -459,46283 | | | |
| | d | c | b | a | | | |
| За програм | +86,59576 | -83,64489 | +328,35898 | -459,58775 | | | |



Таблиця 17. рішення нормальних рівнянь по схемі Гаусса (перша схема)

| № п/п | | $X^0$] d | X] c | $X^2$] b | $X^3$] a | y | s | контр. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | [$X^0$ | 0,1 | 0,256 | 0,06826 | 0,0188218 | -1,01 | -0,5669182 | -0,5669182 |
| 2 | | -1 | -2,56 | -0,6826 | -0,188218 | +10,1 | +5,669182 | +5,669182 |
| 3 | [X | | 0,6826 | 0,188218 | $5,331862*10^{-2}$ | -2,371 | -1,1908634 | |
| 4 | | | -0,65536 | -0,1747456 | $-4,8183808*10^{-2}$ | +2,5856 | +1,4513106 | |
| 5 | Σ | | +0,02724 | +0,0134724 | $+5,134812*10^{-3}$ | +0,2146 | +0,2604472 | +0,26044721 |
| 6 | | | -1 | -0,49458149 | -0,18850264 | -7,8781204 | -9,5612041 | -9,5612045 |
| 7 | [$X^2$ | | | $5,331862*10^{-2}$ | $1,543207*10^{-2}$ | -0,58281 | -0,2575813 | |
| 8 | | | | $-4,6594276*10^{-2}$ | $-1,2847761*10^{-2}$ | +0,689426 | $+3,8697836*10^{-1}$ | |
| 9 | | | | $-6,6631996*10^{-3}$ | $-2,5395829*10^{-3}$ | $-1,0613719*10^{-1}$ | $-1,2881237*10^{-1}$ | |
| 10 | Σ | | [$X^2$ $X^2$*2]= | $+6,1144*10^{-5}$ | $+4,4727*10^{-5}$ | $+4,7881*10^{-4}$ | $+5,8469*10^{-4}$ | $+5,84681*10^{-4}$ |
| 11 | | | | -1 | -0,73150268 | -7,8308583 | -9,5625081 | -9,5624 |
| 12 | [$X^3$ | | | | $4,5434051*10^{-3}$ | -0,1492237 | $-5,7107805*10^{-2}$ | |
| 13 | | | | [$X^3$ $X^3$*2]2 | $-3,5426015*10^{-3}$ | +0,19010018 | +0,10670421 | |
| 14 | | | | | $-9,679256*10^{-4}$ | $-4,0452667*10^{-2}$ | $-4,9094986*10^{-2}$ | |
| 15 | | | | | $-3,271792*10^{-5}$ | $-3,502508*10^{-4}$ | $-4,277023*10^{-4}$ | |
| 16 | Σ | | Pa= | $X^3$ $X^3$*3]= | $+1,601*10^{-7}$ | $+7,356*10^{-5}$ | $+7,3715*10^{-5}$ | $+7,3720*10^{-5}$ |
| 17 | | | | | -1 | -459,46283 | -460,43098 | -460,46 |
| 18 | | | | -7,8308583 | -459,46283 | | Загальний | контроль |
| 19 | | +10,1 | -7,8781204 | -0,73150268a | a | | -[$x^0$y]= | 1,0099996 |
| 20 | | -0,188218a | -0,18850264a | +328,26739 | | | -[xy]= | 2,370998 |
| 21 | | -0,6826b | -0,49458149b | b | | | -[$x^2$y]= | 0,5828105 |
| 22 | | -2,56c | -83.62313 | | | | -[$x^3$y]= | 0,1492234 |
| 23 | | d | c | | | | | |

Для визначення ваг 3 і 4 коефіцієнтів, виконання зовнішнього контролю, необхідно поміняти місцями нормальні рівняння і окремі члени в нормальних рівняннях і ще раз розв'язати ці рівняння за схемою Гаксса.

## 10.5 Рішення нормальних рівнянь по другій схемі Гаусса

Таблиця 18.Коефіцієнти нормальних рівнянь для другої схеми Гаусса

| | $X^3$] | $X^2$] | X] | $X^0$] | y] | s] | Контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [$X^3$ | $4,5434051*10^{-2}$ | $1,543207*10^{-2}$ | $5,331862*10^{-2}$ | 0,0188218 | -0,149223 | $-5,7107805*10^{-2}$ | $-5,71078*10^{-2}$ |
| [$X^2$ | | $5,331862*10^{-2}$ | 0,188218 | 0,06826 | -0,58281 | -0,2575813 | -0,25758131 |
| [X | | | 0,6826 | 0,256 | -2,371 | -1,1908634 | -1,1908634 |
| [$X^0$ | | | | 0,10 | -1,01 | -0,5669182 | -0,5669182 |
| Коефіц. | -460,94825 | +329,36621 | -83,88661 | +86,78309 | | | |
| За прогр. | -452,56424 | +323,18298 | -82,40888 | +85,642775 | | | |
| | a | b | c | d | | | |

Таблиця 19.Рішення нормальних рівнянь (друга схемаГаусса)

| № | | $X^3$],a | $X^2$],b | x],c | $X^0$],d | y] | s | Контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | [$x^3$ | $4,5434051*10^{-3}$ | $1,543207*10^{-2}$ | $5,331862*10^{-2}$ | 0,0188218 | -0,1492237 | ---$5,71078055*10^{-2}$ | |
| 2 | | -1 | -3,3965868 | -11,735387 | -4,1426638 | +32,844022 | +12,569384 | +12,569384 |
| 3 | [$x^2$ | | $5,331862*10^{-2}$ | 0,188218 | 0,06826 | -0,58281 | -0,2575813 | |
| 4 | | | $-5,2416365*10^{-2}$ | -0,18110131 | $-6,3929877*10^{-2}$ | +0,50685124 | +0,19397161 | |
| 5 | Σ | | $9,02255*10^{-4}$ | $+7,11669*10^{-3}$ | $+4,330123*10^{-3}$ | $-7,595876*10^{-2}$ | $-6,360959*10^{-2}$ | $-6,36096*10^{-2}$ |
| 6 | | | -1 | -7,8876703 | -4,799223 | +84,187685 | +70,500678 | +70,5007 |
| 7 | [x | | | 0,6826 | 0,256 | -2,371 | -1,1908634 | |
| 8 | | | | -0,62571464 | -0,22088112 | +1,7511979 | +0,6701822 | |
| 9 | | | | $-5,6134104*10^{-2}$ | $-3,4154582*10^{-2}$ | +0,59913766 | +0,50173147 | |
| 10 | Σ | | [xx*]= | $7,51256*10^{-4}$ | $+9,64298*10^{-4}$ | $-2,066444*10^{-2}$ | $-1,894973*10^{-2}$ | $-1,8949*10^{-2}$ |
| 11 | | | | -1 | -1,283581 | +27,506522 | +25,224064 | +25,223 |
| 12 | [$x^0$ | | | | 0,10 | -1,01 | -0,5669182 | |
| 13 | | | | [$x^0x^0$*2] | $-7,7972389*10^{-2}$ | 0,61818361 | 0,23657843 | |
| 14 | | | | | $-2,0781226*10^{-2}$ | $+3,6454303*10^{-1}$ | $3,0527661*10^{-1}$ | |
| 15 | | | | | $-1,2377546*10^{-3}$ | $+2,6524484*10^{-2}$ | $2,4323514*10^{-2}$ | |
| 16 | Σ | | | Pa=[$x^0x^0$*3]= | $+8,6294*10^{-6}$ | $-7,48886*10^{-4}$ | $-7,3965*10^{-4}$ | $-7,40*10^{-4}$ |
| 17 | | | | | -1 | +86,78309 | +85,7 | +85,78 |
| 18 | | | | +27,506522 | +86,78309 | | | |
| 19 | | 32,844022 | 84,187685 | -1,283581d | d | | | |
| 20 | | -4,1426638d | -4,799223d | -83,88661 | | | | |
| 21 | | -11,735387d | -7,88767030 | C | | | | |
| 22 | | -3,3965868b | +329,36621 | | | | | |
| 23 | | -460,94825a | b | | | | | |

## 10.6.Встановлення ключа переходу

Таблиця 20.Зведена таблиця результатів зрівноваження при К=1 і К=10

| №п/п | 1:К | a | b | c | d | Pd=[$x^0x^0$*3] | Pa=[$x^3x^3$*3] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1:1 | -4,717 | +33,73 | - 85,78 | +88,24 | $8,21*10^{-4}$ | 0,161 |
| 2 | 1:10 | - 458,14 | +327,29 | - 83,39 | +86,40 | $8,6294*10^{-6}$ | $1,601*10^{-7}$ |
| | | $1/К^2$ | 1/К | 1:1 | 1:1 | Х($К^2$) | Х$(К^2)^3$ |

Продовження таблиці 20.

| №п/п | 1:К | [xx*2] | [$x^0x^0$*2] | [$x^2x^2$*2] | [$x^3x^3$*2] |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1:1 | 0,075 | $+1,25*10^{-1}$ | 0,611 | 32,88 |
| 2 | 1:10 | $7,51*10^{-4}$ | $+1,246*10^{-3}$ | $6,11*10^{-5}$ | $3,288*10^{-5}$ |
| | | Х($К^2$) | Х($К^2$) | Х$(К^2)^2$ | Х$(К^2)^3$ |
| | | | | | |



Із результатів зрівноваження ,приведених в таблиці 20 випливає

1.Якщо в початкових умовних рівняннях зменшити значення вихідних параметрів x і y в К разів, то отриманий коефіцієнт a при $x^3$ із рішення нормальних рівнянь необхідно зменшити у $К^2$ разів, тобто $A_1 = \frac{A_к}{K^2}$

Дійсно,в нашому випадку

$$A_1 = \frac{a_{10}}{10^2} = \frac{-458,14}{100} = -4,58$$

Теорема 1 доказана

2.При даних умовах отриманий коефіцєнт B при $x^2$ необхідно зменшити в К разів $B_1 = \frac{B_k}{K}$,

тому що $B_1 = \frac{327,29}{10} = 32,73$

Теорема 2 доказана.

3.При даних умовах отриманий коефіцієнт C при X залишається без змін.

$$C_1 = C_{10} = \frac{-85,78 - 83,39}{2} = -84,585,$$

Теорема 3 доказана

4.При даних умовах отриманий коефіцієнт d залишається без змін

$$d_1 = d_{10} = \frac{+88,24 + 86,40}{2} = +87,32.$$

Теорема 4 доказана.

5.При даних умовах вагу останього невідомого Ра необхідно збільшити у $(К^2)^3$ разів.

$$Pa_1=Pa_к*(K^2)^3=1,601*10^{-7}*(10^2)^3=0,1601$$

Теорема 5 доказана.

6.При даних умовах вагу Pd коефіцієнта d необхідно збільшити у $К^2$ разів.

$$Pd_1=Pd_k*K^2=8,6294*10^{-6}*10^2=8,62*10^{-4}$$

Теорема 6 доказана.

7.При даних умовах коефіцієнт [XX*2]для визначення ваги Рв необхідно збільшити у $(К^2)$ разів.

Дійсно $[XX*2]_1=[XX*2]_к*(K^2)=7,51*10^{-4}*10^2=7,51*10^{-2}$

Теорема 7 доказана.

8.При даних умовах коефіцієнт $[X^0X^0*2]$ для визначення ваги Рв необхідно збільшити у $К^2$ разів

$$[X^0X^0*2]_1=[X^0X^0*2]_к*K^2=1,246*10^{-3}*10^2=1,25*10^{-1}$$

Теорема 8 доказана.

9.При даних умовах коефіцієнт $[X^2X^2*2]$ для визначення ваги Рс необхідно збільшити у $(К^2)^2$ разів

$$[X^2X^2*2]_1=[X^2X^2*2]_к*(K^2)^{"}=6,11*10^{-5}*(10^2)^2=0,611.$$

Теорема 9 доказана.

10.При даних умовах коефіцієнт $[X^3X^3*2]$ для визначення ваги Рс необхідно збільшити у $(К^2)^3$ разів

$$[X^3X^3*2]_1=[X^3X^3*2]_к*(K^2)^3=3,288*10^{-5}*(10^2)^3=32,88$$

Теорема 10 доказана.

В заключення відмітимо ,що аналогічні дослідження були проведені при коефіцієнті масштабування , рівному 100,що підтверджує дані теореми.



Крім рішення нормальних рівнянь по схемі Гаусса ,проводилось рішення на мікро ЕОМ по

розробленій автором програмі. Зведемо всі результати в табл. 21.

Таблиця 21.Зведена таблиця результатів побудови математичної моделі.

| №п/п | а | в | с | d |
|---|---|---|---|---|
| 1 | -459,46283 | +328,26739 | -83,62313 | +86,579064 |
| 2 | -459,58775 | +328,35898 | -83,64489 | +86,59576 |
| 3 | -460,94825 | +329,36621 | -83,88661 | +86,78309 |
| 4 | -452,56424 | +323,18298 | -82,40888 | +85,642775 |
| Ср. | -458,14075 | +327,2939 | -83,390877 | +86,400172 |

Таким чином ,на основі даних таблиці 21 і доказаних теорем ,отримана слідуюча формула визначення впливу ситуативної тривожності на характеристики пам’яті

$$У^1=-4,5814075X^3+32,72939X^2-83.390877X+86,400172. \qquad (10.11)$$

На основі формули (8,3) запишемо

$$Pc_1 = Pd_1 \frac{[xx\cdot 2]}{[x^0\ x^0\cdot 2]} = Pd_{(k)}\cdot K^2\ \frac{[xx\cdot 2]_k\cdot K^2}{[x^0x^0\cdot 2]_k\cdot K^2}$$

Тобто $Pc_{(1)} = Pd_{(k)}\dfrac{[xx\cdot 2]_k}{[x^0x^0\cdot 2]}\cdot K^2.$

(10,12)

Таким чином ,коефіцієнт - $\dfrac{[xx\cdot 2]_k}{[x^0x^0\cdot 2]_k}$ для визначення ваги

коефіцієнта С при Х залишається без зміни, тобто –1.28=-1,28.При цьому вагу коефіцієнта С слід помножити на $К^2$,тобто

$$Pc_1=Pc_к*K^2. \qquad (10.13)$$

Розглянемо коефіцієнт Рв

$$Pb_{(1)} = Pa_{(1)}\frac{[x^2x^2\cdot 2]_1}{[x^3\ x^3\cdot 2]_1} = Pa_{(k)}\cdot (K^2)^3\cdot \frac{[x^2x^2\cdot 2]_k\cdot (K^2)^2}{[x^3x^3\cdot 2]_k\cdot (K^2)^3}$$

Тоді, вага коефіцієнта Рв$_1$, $Pb_{(1)} = Pa_{(k)} \frac{\left[x^2 x^2 \cdot 2\right]_k}{\left[x^3 x^3 \cdot 2\right]_k} \cdot \left(K^2\right)^2$

(10.14)

тобто Рв$_1$=Рв$_к$*(К$^2$)$^2$. (10.15)

Таким чином,сформульовані вище теореми доказані.Вони являються ключом для оцінки точності зрівноважених елементів математичної моделі при зменшені параметрів у К разів для зручності математичної обробки.

## В исновки

На основі проведених досліджень в даній роботі

1.Вперше побудована ймовірніша математична модель залежності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті.

2.Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів кубічним поліномом.

3.Виведена загальна формула має вигляд

$$y=-4,7174252X^3+33,731505X^2-85,78331X+88,244437.$$

4.Для практичного використання рекомендується формула

$$y=-4,717X^3+33,73X^2-85,78X+88,24.$$

5.Встановлено,що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складае 0,11 балів по шкалі Спірбергера;

-середня квадратична похибка визначення коефіцієнта А при $X^3$ $M_a$=0,27;

-середня квадратична похибка визначення коефіцієнта В при $X^2$ Мв=2,01;

-середня квадратична похибка визначення коефіцієнта С при Х Мс=4,95;

-середня квадратична похибка визначення коефіцієнта D Md=3,84;



6.В результаті проведених досліджень доказано, що:

-середня квадратична похибка одиниці ваги складає Мм=0,14;

-середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта А Мма=0,33;

-середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта В Ммв=2,49;

-середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта С Ммс=6,14;

-середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки визначення коефіцієнта D Ммd=4,76;

7.Розроблені генератори випадкових чисел ,які дають можливість генерувати псевдовипадкові числа з метою дослідження спотворених моделей методом статистичних випробувань Монте Карло.

8.Отримана істинна модель для побудови спотворених моделей.

9. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданної точності.

10.Побудовані перші спотворені моделі для подальшої побудови ймовірніших моделей з метою проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.

11.Розроблені програми для обробки матеріалів на мікро ЕОМ.

12.Встановлено,що підвищення степені поліному не підвищує точності елементів математичної моделі.

13.Дана работа відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло при дослідженні точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті.

14.Вона дає можливість охопити велику аудиторію,тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.

15.З метою раціоналізації проведення математичної обробки спотворених моделей для дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті формулюється і доказується ряд теорем при введені коефіцієнта масштабування.

## Література

1.Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ.-М. Наука 1980,-975с.
2.Корн Г.,Корн Т. Справочник по математике .-М. Наука,1973,-831с.
3.Літнарович Р.М. Основи математики.Дослідження впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті прямолінійною залежністю.Навчальний посібник для студентів педагогічного факультету.Частина 2.МЕГУ,Рівне,2006,-27с.
4.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту логарифмічною функцією.Частина 3.МЕГУ,Рівне,2006,-19с.
5.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією.Частина4.МЕГУ,Рівне,2006,-17с.
6.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степенною функцією.Частина 5.МЕГУ,Рівне,2006,-17с.
7.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психолого- педагогічного експерименту гіперболічною функцією.Частина 6.МЕГУ,Рівне,2006,18с.
8.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту поліноміальною функцією.Частина 7.МЕГУ,Рівне,2006,-20с.
9.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту дробово-лінійною функцією.Частина 8.МЕГУ,Рівне,2006,-23с.
10.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту інвертованою залежністю гіперболічного типу.Частина 9.МЕГУ,Рівне,2006,-21с.
11.Максименко С.Д.,Е.Л.Носенко.Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус).Навчальний посібник .-К.:МАУП,2004,-128с.
12.Очков В.Ф.,Хмелюк В.А.От микрокалькулятора к персональному компьютеру./Под ред. А.Б.Бойко.-М:Изд.МЭИ,1990,-224с.
13.Рывкин А.А.и др.Справочник по математике .Изд.3е.М:Высшая школа,1975,554с.
14.Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭОМ и программируемых калькуляторах/А.А.Костылев,П.В.Миляев,Ю.Д.Дорский и др.:Л:Энергоатомиздат,1991,-304с.



**ЛІТНАРОВИЧ РУСЛАН МИКОЛАЙОВИЧ**
**-доцент,кандидат технічних наук**

Дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло

**ЧАСТИНА 1**
**Побудова істинної моделі**

Комп'ютерний набір, верстка, редагування і дизайн у редакторі Microsoft® Office® Word 2003
Строюк Віталій Сергійович
Кучма Олександр Володимирович
Гелетко Тетяна Євгенівна

Рівненський інститут відкритого Міжнародного університету розвитку людини «Україна»
33028,м.Рівне, вул..Котляревського, 1